



This file was edited using the trial version of Nitro Pro 7
Buy now at www.nitropdf.com to remove this message

ADRIAN MATANDUNG

Pembimbing

1. Dr. Erna Tri Herdiani, M.Si , 2. Dr. La Podje Talangko, M.Si.

Program Studi Statistik, Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Hasanuddin
Makassar 2014, Indonesia
adrian.matandung@gmail.com

ABSTRAK

Bagan kendali *Zero-Inflated Poisson (ZIP)* merupakan bagan kendali berdasarkan kasus *overdispersi* yaitu variansi lebih besar dari nilai mean. Dimana distribusi *Zero Inflated Poisson (ZIP)* terbentuk apabila pada suatu himpunan data cacahan terdapat nilai nol yang begitu banyak. Adapun tujuan penelitian ini adalah menentukan bagan kendali *C* dengan asumsi data berdistribusi *Zero-Inflated Poisson (ZIP)*, melalui metode momen dan mengaplikasikannya pada data penyakit demam berdarah di RS. Wahidin Sudirohusodo mulai Januari 2005 sampai Juli 2006. Dimana hasil penelitian ini menunjukkan bahwa batas kendali untuk pasien rawat inap penderita demam berdarah di RS. Wahidin Sudirohusodo dengan UCL = 11,22591 dan LCL = 0 , serta untuk kelangsungan hidup pasien penderita demam berdarah dengan UCL = 11,82038 dan LCL = 0. Berdasarkan batas kendali untuk pasien rawat inap penderita demam berdarah yang di rawat lebih dari 12 hari, maka pasien tersebut disarankan untuk melakukan pemeriksaan lebih lanjut.

Kata Kunci : *Overdispersi*, distribusi *Zero-Inflated Poisson (ZIP)*, bagan kendali *C*, metode momen.

1. Pendahuluan

Zero Inflated Poisson (ZIP) merupakan suatu distribusi yang memiliki sifat mudah untuk ditafsirkan serta mudah untuk digunakan pada data yang memiliki banyak nol, Lambert (1992). Distribusi poisson memiliki sifat dimana mean dan variansi bernilai sama, sehingga jika mean dan variansi berbeda dengan nilai variansi lebih besar dari nilai mean maka kasus disebut *overdispersi*. Kasus ini salah satunya disebabkan oleh banyaknya nilai nol pada data.

Kasus *overdispersi* dapat diatasi dengan distribusi *ZIP*. Data pengendalian untuk asumsi distribusi poisson digunakan untuk membentuk bagan kendali *C*, Montgomery (2001). Pada penelitian ini akan dikaji bagan kendali *C* dengan asumsi distribusi *Zero Inflated Poisson (ZIP)*.

Distribusi *Zero Inflated Poisson (ZIP)* didekati oleh distribusi chi-square dengan parameter λ , (Kateme dan Mayuresawan, 2012). Penentuan nilai λ dapat ditentukan melalui Metode Momen. Selanjutnya nilai λ yang ditaksir digunakan untuk membentuk c-chart. Dimana c pada c-chart berarti "count" atau hitung cacat, ini bermaksud bahwa c-chart dibuat berdasarkan pada banyaknya titik cacat dalam suatu item, Kusnadi (2012). Oleh karena itu, penulis tertarik membahas tentang bagan kendali c-chart berdasarkan data yang berdistribusi *Zero Inflated Poisson (ZIP)*. Sehingga penelitian kali ini akan diberi judul "Bagan Kendali *Zero Inflated Poisson (ZIP)*".

2. Tinjauan Pustaka

Zero Inflated Poisson (ZIP)

Menurut Kateme & Mayuresawan (2012), Fungsi massa peluang bagi variabel acak Y yang mengikuti distribusi *ZIP*, dengan dua parameter λ dan ω adalah

$$P(Y = y) = \begin{cases} \omega + (1 - \omega) \exp(-\lambda) & , y = 0 \\ \frac{(1 - \omega) \exp(-\lambda) \lambda^y}{y!} & , y > 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

Y = variabel acak cacat unit sampel,
 λ = rata-rata cacat unit sampel,
 ω = ukuran dari proporsi ekstra nol cacat dalam unit sampel, dan
dimana $0 \leq \omega \leq 1$ dan $\lambda \geq 0$. Dalam hal ini, fungsi massa probabilitas dalam (2.3) akan disebut sebagai Distribusi ZIP (ω, λ) . Parameter ω memberikan dorongan ekstra probabilitas pada nilai 0. Perhatikan bahwa ketika $\omega = 0$, maka ZIP (ω, λ) tereduksi menjadi Poi (λ) . Mean dan varians dari ZIP diberikan sebagai berikut:

$$E(Y) = \mu = (1 - \omega)\lambda \text{ dan } V(Y) = \lambda(1 - \omega) + \omega\lambda^2(1 - \omega) \quad (2.2)$$

Catatan : $\omega = 0$ adalah distribusi poisson.

Metode Momen

Misalkan X_1, X_2, \dots, X_n adalah sampel acak berukuran n dari sebuah distribusi dengan pdf $f(x; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r)$, $(\theta_1, \dots, \theta_r) \in \Omega$. Ekspektasi $E(X^k)$ acapkali dikatakan momen ke k dari distribusi $k = 1, 2, 3, \dots$. Jumlah $M_k = \sum_{i=1}^n \frac{x_i^k}{n}$ adalah momen ke k dari sampel, $k = 1, 2, 3, \dots$. Metode momen dapat dijelaskan sebagai berikut. Kesamaan $E(X^k)$ untuk M_k , dimulai dengan $k = 1$ dan dilanjutkan hingga ada persamaan yang cukup untuk memberikan solusi khusus untuk $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r$, dikatakan $h_i(M_1, M_2, \dots)$, $i = 1, 2, \dots, r$, berturut-turut. Ini harus diperhatikan bahwa ini akan dilakukan dengan cara yang sama dengan menyamakan $\mu = E(X)$ menjadi \bar{X} dan $E[(X - \mu)^k]$ menjadi $\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^k}{n}$, $k = 2, 3$, dan sebagainya hingga solusi khusus untuk $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r$ diperoleh. Prosedur lain digunakan dalam ilustrasi terdahulu. Dalam banyak kasus praktik, penaksir $\bar{\theta}_i = h_i(M_1, M_2, \dots)$ dari θ_i , diperoleh dengan metode momen, sebuah penaksir konstan dari $\theta_i = 1, 2, \dots, r$ (Hogg & Craig, 1995).

Bila momen pertama dan kedua disekitar titik asal dinyatakan dengan μ' dan μ'' , maka untuk variabel acak Y dengan fungsi pembentuk momen $M(t)$, berlaku rata-rata dan variansi suatu variabel acak sebagai berikut (Walpole & Myers, 1995).

$$M(t) = \mu' \text{ dan } \sigma^2 = \mu'' - [\mu']^2 \quad (2.3)$$

Bagan kendali Shewart (c-Chart)

Batas kendali diberikan oleh (Montgomery):

$$\begin{aligned} UCL &= c + 3\sqrt{c} \\ CL &= c \\ LCL &= c - 3\sqrt{c} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Menurut Montgomery (2005), *C-chart* didasarkan pada distribusi poisson yang pada dasarnya mensyaratkan bahwa jumlah peluang cacat sangat besar dan bahwa *probability* cacat di setiap lokasi menjadi kecil dan konstan. Selanjutnya, prosedur pemeriksaan harus sama untuk setiap sampel dan dilakukan secara konsisten dari sampel ke sampel.

Diasumsikan \bar{c} sama dengan *mean* dan varians dari distribusi Poisson. Jika nilai standar untuk c tidak tersedia, \bar{c} dapat digunakan untuk menghampiri c .

3. Hasil dan Pembahasan

Dalam bagian ini penulis melaporkan bagan kendali baru yang diperoleh dari distribusi ZIP dengan menggunakan metode momen. Berdasarkan pdf dari Y yang mengikuti distribusi ZIP, maka fungsi pembangkit momen,

$$Y : M_y(t) = \omega + (1 - \omega)e^{-\lambda} + (1 - \omega)e^{\lambda(e^t - 1)} \quad (3.1)$$

maka untuk peubah acak Y dengan fungsi pembentuk momen $M(t)$, berlaku rata-rata dan variansi suatu peubah acak sebagai berikut (Walpole & Myers, 1995)

Oleh karena itu $E(Y) = \bar{y}$ dan $Var(Y) = \sigma^2 = M''(0) - [M'(0)]^2$.

$$E(Y) = \bar{y} = (1 - \omega)\lambda \quad (3.3)$$

$$Var(Y) = \sigma^2 = \bar{y}(1 + \lambda - \bar{y}) \quad (3.4)$$

Dimana $\bar{y} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i}{n}\right)$ adalah rata-rata sampel dan $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{(n-1)}$ adalah variansi sampel.

Untuk mendapatkan bagan kendali ZIP kita akan menentukan parameter λ berdasarkan persamaan (3.4) sementara parameter ω berdasarkan persamaan (3.3) sebagai berikut.

$$\hat{\lambda} = \bar{y} + \left(\frac{\sigma^2}{\bar{y}}\right) - 1 \quad (3.5)$$

$$\hat{\omega} = 1 - \frac{\bar{y}}{\hat{\lambda}} \quad (3.6)$$

Setelah mendapatkan $\hat{\lambda}$ tersebut digunakan dalam batas kontrol untuk cZIP tersebut - Bagan (Xie et al [7].) Sebagai berikut:

$$UCL = \hat{\lambda} + 3\sqrt{\hat{\lambda}} \quad (3.7)$$

$$CL = \hat{\lambda} \quad (3.8)$$

$$LCL = \hat{\lambda} - 3\sqrt{\hat{\lambda}} \quad (3.9)$$

4. Simulasi

Pada simulasi ini digunakan data yang berdistribusi poisson, dalam hal ini simulasi menggunakan data dari penelitian saudari Firmina Adelaida yaitu data penderita demam berdarah yang dirawat di RS. Wahidin Sudirohusodo mulai bulan Januari 2005 sampai bulan Juli 2006.

Berdasarkan data tersebut pengujian overdispersi dapat diindikasikan dengan nilai dispersi *pearson chi square* yang dibagi dengan derajat bebasnya. Jika nilai tersebut lebih besar dari satu maka dikatakan terjadi overdispersi. Dari output program diperoleh nilai dispersi *pearson chi square* 150, dengan derajat bebas pada data = $n-1 = 119-1 = 118$. Sehingga hasil bagi dari dispersi *pearson chi square* dengan derajat bebasnya adalah 1.27. Ini dapat dikatakan terjadi overdispersi pada data, oleh karena itu data dengan sifat ini sangat cocok dengan menggunakan distribusi ZIP.

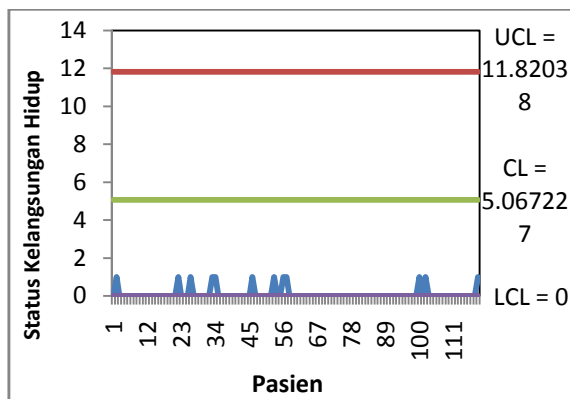
Selanjutnya akan ditentukan nilai parameter dari ZIP, pertama-tama dengan menentukan nilai mean berdasarkan data diperoleh 0.10084 dan variansinya adalah 0.601652. Sedangkan $\hat{\lambda} = 5.067227$ dan $\hat{\omega} = 0.9801$, berdasarkan nilai parameter $\hat{\lambda}$ maka kita dapatkan batas kendalinya yaitu $CL = 5.067227$, $UCL = 11.82038$, $LCL = -1.68592$ sesuai dengan syarat dari distribusi ZIP dimana nilai $\lambda \geq 0$ maka nilai $LCL = 0$.

Proses berada diluar kendali

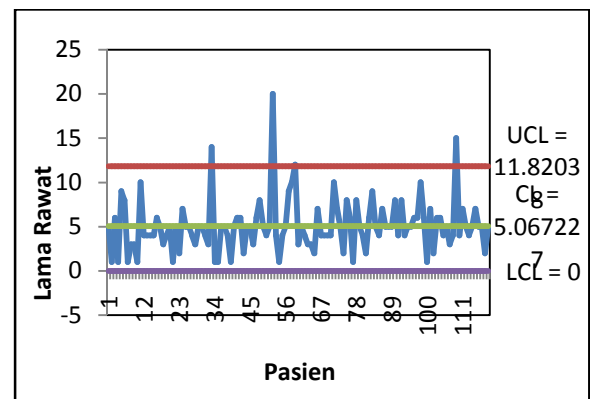
Hasil untuk kasus ini ditunjukkan pada gambar 4.2. Gambar 4.2 menunjukkan lama rawat pasien demam berdarah pada RS. Wahidin Sudirohusodo berada diluar kendali. Dalam hal ini kita dapat melihat sampel 33 mengalami rawat inap selama 14 hari, sampel 52 mengalami rawat inap selama 20 hari, sampel 60 mengalami rawat inap selama 12 hari, dan pada sampel 109 mengalami rawat inap selama 15 hari. Hal ini dapat dilihat bahwa ketika pasien mengalami rawat inap diatas 12 hari dapat dikatakan bahwa pasien tersebut berada di luar pengamatan pihak rumah sakit, oleh karena itu perlu diadakan peninjauan kembali terhadap penyebab beberapa pasien berada di luar

Proses berada dalam kendali

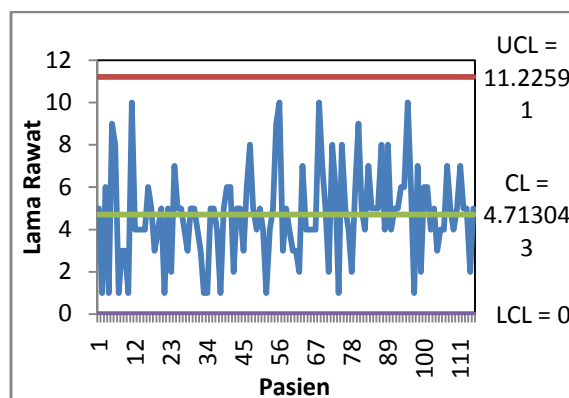
Hasil untuk kasus yang berada dalam kendali di tunjukkan pada gambar 4.1 dan gambar 4.3. Gambar 4.1 menunjukkan kelangsungan hidup pasien demam berdarah pada RS. Wahidin Sudirohusodo berada dalam pengamatan yang telah ditentukan. Gambar 4.3 merupakan hasil peninjauan ulang dari gambar 4.2, kita dapat melihat pada gambar 4.2 ada beberapa pasien yang berada diluar pengamatan. Dengan adanya titik yang berada diluar pengamatan dilakukan penentuan batas kendali dengan menghilangkan titik yang berada di luar batas pengamatan. Sehingga diperoleh batas kendali yang baru yaitu $CL = 4.713043$, $UCL = 11.22591$, $LCL = 0$ grafiknya dapat kita lihat pada gambar 4.3.



Gambar 4.1 Bagan kendali ZIP mengenai status kelangsungan hidup pasien DBD di RS. Wahidin Sudirohusodo.



Gambar 4.2 Bagan kendali ZIP mengenai lama rawat pasien DBD di RS. Wahidin Sudirohusodo.



Gambar 4.3 Bagan kendali ZIP mengenai lama rawat pasien DBD pada RS. Wahidin Sudirohusodo setelah data diluar pengamatan dihilangkan..

Berdasarkan uraian pada bab sebelumnya maka dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut :

1. Estimasi parameter λ dari distribusi *Zero-Inflated Poisson (ZIP)* ditentukan dengan menggunakan metode momen.
2. Dengan $\hat{\lambda} = \bar{Y} + \left(\frac{\sigma^2}{\bar{Y}}\right) - 1$ maka dapat dibentuk bagan kendali *c-chart* dengan batas kendali sebagai berikut :

$$UCL = \left(\bar{Y} + \left(\frac{\sigma^2}{\bar{Y}} \right) - 1 \right) + 3 \sqrt{\bar{Y} + \left(\frac{\sigma^2}{\bar{Y}} \right) - 1}$$

$$CL = \bar{Y} + \left(\frac{\sigma^2}{\bar{Y}} \right) - 1$$

$$LCL = \left(\bar{Y} + \left(\frac{\sigma^2}{\bar{Y}} \right) - 1 \right) - 3 \sqrt{\bar{Y} + \left(\frac{\sigma^2}{\bar{Y}} \right) - 1}$$

3. Aplikasi dari bagan kendali *Zero-Inflated Poisson (ZIP)* pada data penyakit demam berdarah di RS. Wahidin Sudirohusodo bulan Januari 2005 sampai Juli 2006 untuk lama rawat pasien dapat digunakan nilai $CL = 4,7130$ dalam hal ini normalnya pasien penyakit demam berdarah dirawat selama kurang lebih 5 hari. Nilai $UCL = 11,2259$ dapat dikatakan bahwa pasien penyakit demam berdarah dapat dirawat maksimal kurang lebih 12 hari.

6. Saran

Dengan melihat hasil penelitian, ada beberapa data untuk lama rawat pasien demam berdarah di RS. Wahidin Sudirohusodo yang berada diluar ketentuan pengamatan. Maka penulis menyarankan untuk meninjau apa penyebab beberapa pasien tersebut berada di luar ketentuan pengamatan.

7. Daftar Pustaka

- Adlaida, Firmina, 2011. *Penggunaan Model Regresi Zero Inflated Generalized Poisson (ZIGP)*, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Hasanuddin, *Skripsi*, Makassar.
- Alimuddin., 2006. *Pemodelan Zero inflated Poisson (ZIP) pada Penyakit Demam Berdarah (DBD)*. Unhas. *Skripsi*, Makassar.
- Cameron, A. Colin dan Pravin K, Trivedi., 1999. *Essentials of Count Data Regression*.
- Erdman, Donald, Jackson, Laura dan Sinko, Arthur, 2008. *Zero-Inflated Poisson and Zero-Inflated Negative Binomial Models Using the COUNTREG Procedure*.
- Hilbe, Joseph M., 2011. *Negative Binomial Regression Second Edition*. Cambridge University Press, New York.
- Hogg & Craig, 1995. *Introduction to Mathematical Statistics Fifth Edition*. New Jersey.
- Katamee, Narunchara dan Mayuresawan, Tidadeaw, 2012. *Control Charts for Zero-Inflated Poisson Models*, Department of Applied Statistics, Faculty of Applied Science King Mongkut's University of Technology North Bangkok 10800, Thailand.
- Khoshgoftaar TM, Gao K, Szabo RM. 2004. Comparing software fault predictions of pure and zero-inflated Poisson regression models. *International Journal of System Science* 36(11): 705-715.
- Lambert, D., 1992. *Zero-Inflated Poisson regression, with application to defects in manufacturing*.
- Montgomery, Douglas C., 2005. *Introduction to Statistical Quality Control 6th Edition*. Arizona State University.
- Predianto, Yosep, 2013. *Distribusi Poisson*, Jurusan Teknik Informatika, Fakultas Teknik, STMIK Provinsi Semarang.



This file was edited using the trial version of Nitro Pro 7
Buy now at www.nitropdf.com to remove this message

Tadlan, M., Suparti, dan Rusgiyono, A., 2010. *Analisis Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Banyaknya Klaim Asuransi Kendaraan Bermotor Menggunakan Model Regresi Zero Inflated Poisson*. Jurusan Matematika FSM UNDIP.

Usro, Farihatul, 2011. *Peta kendali R Adatif Sebagai alternative Peta Kendali R Shewhart Dalam Mendeteksi Pergeseran Kecil Pada Varians*, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

Walpole & Myers, 1995. *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan Edisi ke-4*. ITB, Bandung.